

۳۱۹

D

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:



319D

صبح جمعه

۹۳/۱۲/۱۵

دفترچه شماره ۱ از ۲



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های دکتری (نیمه مرکز) داخل - سال ۱۳۹۴

فیزیک (کد ۲۲۳۸)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (مکانیک کوانتومی پیشرفته - الکترودینامیک - مکانیک آماری پیشرفته ۱)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفند ماه - سال ۱۳۹۳

حق جاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای نفعی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با مخالفین برابر مقررات رقابت می‌شود.

۱- نمایش عملگر A در پایه متشکل از بردارهای بهنجار و متعامد $|1\rangle$ و $|2\rangle$ به شکل $A = \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 2 \end{pmatrix}$ است.

نمایش این عملگر در پایه متشکل از بردارهای $(|1\rangle + i|2\rangle)/\sqrt{2}$ و $(|1\rangle - i|2\rangle)/\sqrt{2}$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 & -i \\ i & 3 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -i \\ i & 3 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 2-3i \\ 2+3i & 3 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 & 2+3i \\ 2-3i & 3 \end{pmatrix} \quad (4)$$

۲- ذرهای در یک پتانسیل نوسانگر هماهنگ دو بعدی قرار دارد. بردار حالت این ذره به شکل

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1,2\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}}|2,1\rangle + c|0,1\rangle$$

است که در آن c ضریبی ثابت و بردار $|n_1, n_2\rangle$ ویژه حالت انرژی ذره است. متوسط عملگر تعداد کل حالت‌ها در حالت $|\Psi\rangle$ کدام است؟

$$\frac{10}{3} \quad (1)$$

$$\frac{8}{3} \quad (2)$$

$$8 \quad (3)$$

$$10 \quad (4)$$

۳- بردارهای حالت غیر متعامد $|\alpha\rangle$ و $|\beta\rangle$ ویژه بردارهای عملگر یکانی U به ترتیب با ویژه مقدارهای α و β هستند. چه رابطه‌ای همواره میان این ویژه مقدارها وجود دارد؟ ستاره نشانگر مزدوج مختلط یک عدد است.

$$\alpha\beta^* = 1 \quad (1)$$

$$\alpha\beta = 1 \quad (2)$$

$$\alpha = \beta^* \quad (3)$$

$$(\alpha\beta)^* = 1 \quad (4)$$

۴- عملگر مشاهده‌پذیر A در یک فضای دوبعدی اثر می‌کند. اگر a_1 و a_2 ویژه مقدارهای این عملگر و P_1 و P_2 به ترتیب احتمال به دست آمدن این ویژه مقدارها در اندازه‌گیری کمیت A باشند، عدم قطعیت در

$$\Delta A = \left(\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2 \right)^{1/2} \text{ کدام است؟}$$

$$\sqrt{2a_1 a_2 P_1 P_2} \quad (1)$$

$$\sqrt{a_1 a_2 P_1 P_2} \quad (2)$$

$$|a_1 - a_2| \sqrt{P_1 P_2} \quad (3)$$

$$|a_1 - a_2| \sqrt{2 P_1 P_2} \quad (4)$$

۵- مقدار میانگین عملگر $e^{i\lambda(a-a^\dagger)}$ در اولین حالت برانگیخته نوسانگر هماهنگ یک بعدی کدام است؟ عملگر پایین بر و λ ضریب ثابت حقیقی است.

$$e^{-\lambda^2} (1-\lambda^2) \quad (1)$$

$$e^{-\lambda^2/2} (1-\lambda^2) \quad (2)$$

$$e^{\lambda^2} (1+\lambda^2) \quad (3)$$

$$e^{\lambda^2/2} (1+\lambda^2) \quad (4)$$

۶- ذره بارداری به جرم m و بار الکتریکی q در میدان مغناطیسی با پتانسیل برداری $\vec{A}(\vec{x}, t)$ حرکت می‌کند. اگر x_i مولفه i ام عملگر مکان و p_i مولفه i ام عملگر مکانیک آن باشد، حاصل

$$\left[p_j, \frac{dx_k}{dt} \right] \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{i\hbar q}{m} \frac{\partial A_k}{\partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{i\hbar q}{m} \frac{\partial A_j}{\partial x_k} \quad (2)$$

$$\frac{-i\hbar q}{m} \delta_{jk} \quad (3)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$

۷- در لحظه $t = 0$ اندازه‌گیری عملگر S_y روی ذره‌ای با اسپین $\frac{1}{2}$ و گشتاور مغناطیسی $\frac{-|e|\hbar}{2m_e c}$ مقدار

$$\vec{B}(t) = \frac{B_0}{T} t \hat{k}$$

را به دست می‌دهد. در بازه زمانی $T \leq t < \infty$ میدان مغناطیسی وابسته به زمان t بر ذره

اثر می‌کند که B_0 ضریبی ثابت است و در بقیه زمان‌ها میدان مغناطیسی صفر است. مقدار متوسط عملگر

$$\lambda = \frac{|e|B_0}{2m_e c T}$$

در لحظه دلخواه $t < T$ کدام است؟

$$-\frac{\hbar}{2} \cos(2\lambda t) \quad (1)$$

$$-\frac{\hbar}{2} \cos^2(\lambda t) \quad (2)$$

$$-\frac{\hbar}{2} \sin(\lambda t^2) \quad (3)$$

$$\frac{\hbar}{2} \sin(\lambda t^2) \quad (4)$$

۸- کدام یک از ماتریس‌های چگالی نشان داده شده در زیر معرف یک آنسامبل مخلوط (mixed) است؟

$$\rho_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \rho_2 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 2 \end{pmatrix} \quad , \quad \rho_1 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

ρ_2 فقط (۱)

ρ_3 فقط (۲)

ρ_2 و ρ_3 (۳)

ρ_2 و ρ_1 (۴)

۹- هامیلتونی یک ذره به شکل $H = \omega_0 J_z$ است که مولفه سوم عملگر تکانه زاویه‌ای کل ذره و $\langle J_i \rangle$ ضریب ثابت مثبتی است. متوسط عملگر J_x در زمان دلخواه $t > 0$ کدام است؟

در لحظه $t = 0$ است.

$$\langle J_y \rangle_0 \sin \omega_0 t + \langle J_z \rangle_0 \cos \omega_0 t \quad (1)$$

$$\langle J_x \rangle_0 \sin \omega_0 t + \langle J_z \rangle_0 \cos \omega_0 t \quad (2)$$

$$\langle J_x \rangle_0 \cos \omega_0 t - \langle J_y \rangle_0 \sin \omega_0 t \quad (3)$$

$$\langle J_y \rangle_0 \cos \omega_0 t - \langle J_x \rangle_0 \sin \omega_0 t \quad (4)$$

۱۰- ماتریس چگالی یک نوسانگر به شکل $\rho = \frac{1}{2}(|\beta\rangle\langle\beta| + |-\beta\rangle\langle-\beta|)$ است که در آن $|\beta\rangle$ حالتی

همدوس $(a|\beta\rangle = \beta|a\rangle)$ و بهنجار است. متوسط عملگر تعداد $N = a^\dagger a$ در این حالت کدام است؟

$$|\beta|^2 \quad (1)$$

$$e^{-|\beta|^2} \quad (2)$$

$$|\beta|^2 e^{-|\beta|^2} \quad (3)$$

$$e^{-|\beta|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta|^{2n}}{\sqrt{(n)!}} \quad (4)$$

۱۱- انرژی پتانسیل پیوندی میان نوکلئون‌ها (دو پروتون و یک نوترون) در هسته اتم هلیوم سه ${}^3_2\text{He}$ به

شکل $V(\vec{r}) = V_1(\vec{r}) + \frac{V_2(\vec{r})}{2\hbar^2} (\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2)$ است که در آن \vec{S}_i بردار عملگر اسپین نوکلئون i است

و $V_1(\vec{r})$ و $V_2(\vec{r})$ توابعی مثبتند. در زیرفضای اسپین هسته، بیشینه مقدار این انرژی پتانسیل کدام است؟

$$V_1(\vec{r}) + \frac{\Delta}{\Lambda} V_2(\vec{r}) \quad (1)$$

$$V_1(\vec{r}) + \frac{q}{\Lambda} V_2(\vec{r}) \quad (2)$$

$$V_1(\vec{r}) + \frac{1}{2} V_2(\vec{r}) \quad (3)$$

$$V_1(\vec{r}) + \frac{1}{4} V_2(\vec{r}) \quad (4)$$

۱۲- برای سیستمی متشکل از دو ذره اسپین $\frac{1}{2}$ ، کدام حالت، ویژه حالت عملگر وارونی زمان است؟ حالت‌های

ویژه حالت‌های بهنجار عملگر S_z با ویژه مقدارهای $\pm\hbar/2$ برای ذره i ام هستند.

$$|+\rangle_1 |-\rangle_2 \quad (1)$$

$$|+\rangle_1 |+\rangle_2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} (|+\rangle_1 |+\rangle_2 + 2|-\rangle_1 |-\rangle_2) \quad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle_1 |-\rangle_2 - |-\rangle_1 |+\rangle_2) \quad (4)$$

۱۳- سیستمی دو ترازه با دو ویژه حالت انرژی $|1\rangle$ و $|2\rangle$ به ترتیب با انرژی‌های $\hbar\omega_0$ و $(1+\beta)\hbar\omega_0$ را در نظر بگیرید. در لحظه $t=0$ سیستم در حالت خالص $|1\rangle$ قرار دارد. از لحظه $t=0$ به بعد تحت انرژی پتانسیل تناوبی $V(t)=\lambda\hbar\omega_0(e^{i\omega_0 t}|1\rangle\langle 2|+e^{-i\omega_0 t}|2\rangle\langle 1|)$ قرار می‌گیرد که ω_0 بسامد زاویه‌ای ثابت و λ ضریب ثابت حقیقی است. کوتاهترین زمان که احتمال یافتن سیستم در حالت $|2\rangle$ بیشینه باشد، کدام است؟

$$\frac{\pi}{\omega_0} \left(4\lambda^2 + (1-\beta)^2 \right)^{-1/2} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{\omega_0} \left(4\lambda^2 - (1-\beta)^2 \right)^{-1/2} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{2\omega_0} \left(\lambda^2 + (1-\beta)^2 \right)^{-1/2} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{2\omega_0} \left(\lambda^2 - (1-\beta)^2 \right)^{-1/2} \quad (4)$$

۱۴- نوسانگر هماهنگ یک بعدی به جرم m و بسامد زاویه‌ای ω در زمان $t=-\infty$ در حالت پایه خود است. اگر در بازه زمانی $t < \infty$ ذره تحت تاثیر انرژی پتانسیل اختلالی $V(x,t) = -\alpha x e^{-\gamma t^2}$ قرار داشته باشد، در تقریب اول اختلال، احتمال گذار به حالت برانگیخته $|n\rangle$ ام نوسانگر با انرژی $E_n = (n+1/2)\hbar\omega$ کدام است؟

$$\frac{\pi\alpha^2 n^2}{2m\hbar\omega\gamma} e^{-\omega^2/\gamma^2} \quad (1)$$

$$\frac{\pi\alpha^2 n}{m\hbar\omega\gamma} e^{-\omega^2/4\gamma^2} \quad (2)$$

$$\frac{\pi\alpha^2}{m\hbar\omega\gamma^2} e^{-\omega^2/2\gamma^2} \delta_{n,1} \quad (3)$$

$$\frac{\pi\alpha^2}{2m\hbar\omega\gamma^2} e^{-\omega^2/2\gamma^2} \delta_{n,1} \quad (4)$$

۱۵- سطح مقطع کل پراکندگی ذرهای به جرم m و انرژی $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ در حد انرژی‌های کم ($ka \ll 1$) از

$$V(r) = \begin{cases} V_0 & r \leq a \\ 0 & r > a \end{cases} \quad \text{در تقریب اول "بورن" کدام است؟}$$

$$\frac{4\pi m^2 V_0^2 a^6}{\hbar^4} \quad (1)$$

$$\frac{16\pi m^2 V_0^2 a^6}{9\hbar^4} \quad (2)$$

$$\frac{4m^2 V_0^2 a^6}{9\hbar^4} \quad (3)$$

$$\frac{m^2 V_0^2 a^6}{\hbar^4} \quad (4)$$

۱۶- بار Q به طور یکنواخت روی سطح قرص بسیار نازکی به شعاع R توزیع شده است. چگالی حجمی این توزیع بار در مختصات کروی کدام است؟ مبدأ مختصات بر مرکز قرص منطبق و محور z موازی محور تقارن عمود بر قرص است.

$$\frac{Q}{2\pi R^2} \delta(r-R) \delta(\cos\theta) \quad (1)$$

$$\frac{Q}{2\pi R} \delta(r-R) \delta(\cos\theta-1) \quad (2)$$

$$\frac{Q}{\pi R^2} \delta(r-R) \delta(\cos\theta) \quad (3)$$

$$\frac{Q}{\pi R} \delta(r-R) \delta(\cos\theta) \quad (4)$$

۱۷- پوسته کروی عایقی به شعاع داخلی a ، شعاع خارجی $2a$ و ثابت دی الکتریک k در نظر گرفته شود. روی سطح خارجی پوسته، توزیع باری با چگالی سطحی $\sigma_0 \cos\theta$ موجود است. پتانسیل الکتریکی در ناحیه $a \leq r \leq 2a$ کدام است؟ مبدأ مختصات بر مرکز کره منطبق است و محور z در امتداد یکی از قطرهای کره، θ زاویه بردار مکان یک نقطه با محور z و σ_0 ضریب ثابتی است.

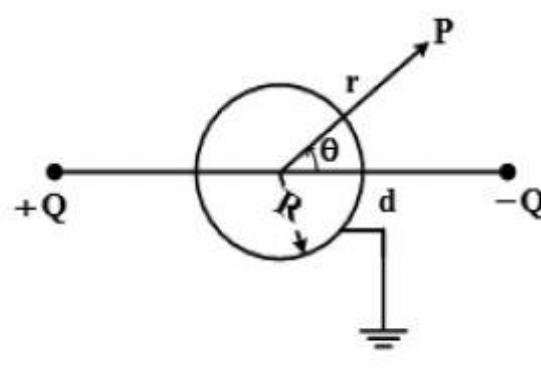
$$\frac{\sigma_0 a}{2k\epsilon_0} \quad (1)$$

$$\frac{\sigma_0}{2k\epsilon_0} r \cos\theta \quad (2)$$

$$\frac{k\sigma_0}{\epsilon_0} \frac{12}{\gamma k^3 + 22k + \gamma} r \cos\theta \quad (3)$$

$$\frac{k\sigma_0}{\epsilon_0} \frac{12}{\gamma k^3 + 22k + \gamma} \left(r - \frac{a^3}{r^3} \right) \cos\theta \quad (4)$$

۱۸- کره رسانایی به شعاع R و متصل به زمین را در نظر بگیرید. دو بار الکتریکی $+Q$ و $-Q$ - هر یک به فاصله $d > R$ از مرکز کره و در طرفین آن مطابق شکل زیر قرار دارند. خط واصل این دو بار از مرکز کره می‌گذرد. پتانسیل الکتریکی در نقطه P خارج از کره و به فاصله r از مرکز آن کدام است ($r \gg d$)؟



$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 d^3 r^3} (R^3 - d^3) \cos\theta \quad (1)$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 d^3 r^3} (R^3 - r^3) \cos\theta \quad (2)$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 d^3 r^3} (R^3 - r^3) \cos\theta \quad (3)$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 d^3 r^3} (R^3 - d^3) \cos\theta \quad (4)$$

۱۹- میدان الکتریکی یک دوقطبی الکتریکی با گشتاور دوقطبی \bar{p} در نقطه‌ای در امتداد دوقطبی و به فاصله x از آن در شرایطی که x از ابعاد دوقطبی بسیار بزرگتر است به شکل $\bar{E} = k \frac{2\bar{p}}{x^3} + \bar{E}_{next}$ نوشته می‌شود. اولین جمله غیرصفر از توان‌های d در \bar{E}_{next} کدام است؟ (دوقطبی الکتریکی مت Shank از دو بار نقطه‌ای غیرهمنام به اندازه q است که به فاصله d از هم قرار دارند).

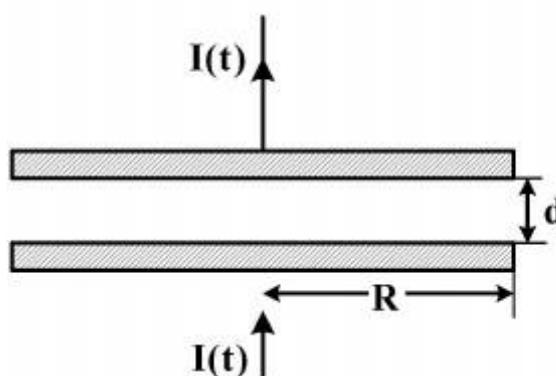
$$-k \frac{3p}{x^3} \left(\frac{d}{x} \right) \quad (1)$$

$$k \frac{3p}{2x^3} \left(\frac{d}{x} \right) \quad (2)$$

$$-k \frac{2p}{x^3} \left(\frac{d}{x} \right)^2 \quad (3)$$

$$k \frac{p}{x^3} \left(\frac{d}{x} \right)^3 \quad (4)$$

۲۰- یک خازن استوانه‌ای ایده‌آل از دو صفحه دایره‌ای به شعاع R که به فاصله d از هم قرار دارند تشکیل شده است. این خازن مطابق شکل زیر با سیم حامل جریانی به صورت $I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ در حال پر شدن است که در آن τ زمان مشخصه خازن است. در لحظه $t = \ln 2$ انرژی مغناطیسی ذخیره شده در خازن کدام است؟



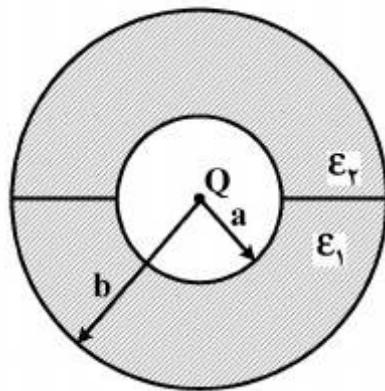
$$\frac{\mu_0 I_0^2 d}{64\pi} \quad (1)$$

$$\frac{\mu_0 I_0^2 d}{64\pi^2} \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0 I_0^2 d}{32\pi} \quad (3)$$

$$\frac{\mu_0 I_0^2 d}{8\pi^2} \quad (4)$$

۲۱- مطابق شکل زیر نیمی از یک پوسته کروی عایق به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b از دی الکتریکی با ضریب گذردگی ϵ_1 و نیم دیگر آن از دی الکتریکی با ضریب گذردگی ϵ_2 پر شده است. بار نقطه‌ای Q در مرکز پوسته قرار دارد. چگالی بار قطبشی القایی در سطح $r = a$ در نیم‌کره با ضریب گذردگی ϵ_2 کدام است؟



$$\frac{Q}{4\pi a^2} \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \quad (1)$$

$$\frac{Q}{4\pi a^2} \frac{\epsilon_2 - \epsilon_0}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \quad (2)$$

$$\frac{Q}{4\pi a^2} \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \quad (3)$$

$$\frac{Q}{4\pi a^2} \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \quad (4)$$

۲۲- درون گلوله فلزی بزرگ و توپری به شعاع R و ضریب رسانش الکتریکی σ_0 در لحظه $t = 0$ به طور همسانگرد باردار شده است به طوری که چگالی بار به شکل $\rho(r, t) = \frac{\rho_0}{R} r$ است. تابع چگالی بار در لحظه دلخواه $t > 0$ کدام است؟

$$\rho(\vec{r}, t) = \frac{\rho_0}{R} r \cos\left(\frac{\sigma_0}{\epsilon_0} t\right) \quad (1)$$

$$\rho(\vec{r}, t) = \frac{\rho_0}{R} r \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\sigma_0} t\right) \quad (2)$$

$$\rho(\vec{r}, t) = \frac{\rho_0}{R} r e^{-\frac{\epsilon_0}{\sigma_0} t} \quad (3)$$

$$\rho(\vec{r}, t) = \frac{\rho_0}{R} r e^{-\frac{\sigma_0}{\epsilon_0} t} \quad (4)$$

۲۳- در سوال ۲۲ چگالی جریان الکتریکی درون گلوله داده شده در لحظه دلخواه $t > 0$ کدام است؟

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \frac{\rho_0 \sigma_0}{\epsilon_0} \frac{r^2}{4R} \cos\left(\frac{\sigma_0}{\epsilon_0} t\right) \hat{r} \quad (1)$$

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \frac{\rho_0 \epsilon_0}{\sigma_0} \frac{r^2}{R} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\sigma_0} t\right) \hat{r} \quad (2)$$

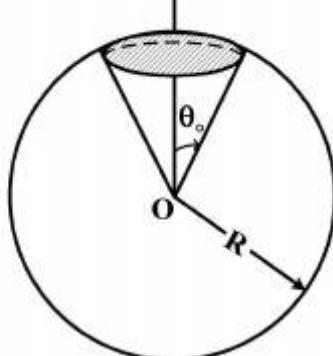
$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \frac{\rho_0 \sigma_0}{\epsilon_0} \frac{r^2}{4R} e^{-\frac{\sigma_0}{\epsilon_0} t} \hat{r} \quad (3)$$

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \frac{\rho_0 \epsilon_0}{\sigma_0} \frac{r^2}{R} e^{-\frac{\epsilon_0}{\sigma_0} t} \hat{r} \quad (4)$$

۲۴- در ناحیه‌ای از فضا پتانسیل برداری در مختصات کروی به شکل $\vec{A}(r, \theta) = \beta \frac{1 - \cos \theta}{r \sin \theta} \hat{\phi}$ وجود دارد

که β ضریب ثابتی است. شار میدان مغناطیسی گذرنده از کلاهکی از سطح کره‌ی به شعاع R مطابق

شكل زیر محصور در $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ کدام است؟ مبدا مختصات منطبق بر مرکز کره است.



$$4\pi\beta \sin^2 \theta_0 \quad (1)$$

$$2\pi\beta \cos \theta_0 \quad (2)$$

$$4\pi\beta \sin^2 \left(\frac{\theta_0}{2}\right) \quad (3)$$

$$2\pi\beta \sin^2 \left(\frac{\theta_0}{2}\right) \quad (4)$$

۲۵- کره‌ای با شعاع a و دارای مغناطش دائمی یکنواخت $\vec{M} = M_0 \hat{k}$ درون یک محیط غیر مغناطیسی قرار

دارد. پتانسیل برداری $\vec{A}(\vec{r})$ در ناحیه $r > a$ کدام است؟

$$\frac{\mu_0 a^3}{4\pi r^3} (\vec{M} \times \vec{r}) \quad (1)$$

$$\frac{\mu_0 a^3}{4\pi r^3} (\vec{M} \times \vec{r}) \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0 a^3}{4\pi r^3} (\vec{M} \times \vec{r}) \quad (3)$$

$$\frac{\mu_0 a^3}{4\pi r^3} (\vec{M} \times \vec{r}) \quad (4)$$

۲۶- کدام چگالی جریان الکتریکی، میدان مغناطیسی به صورت $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\vec{r} \times \vec{\nabla} f(\vec{r})}{r}$ در فضا ایجاد می‌کند؟

$f(\vec{r})$ تابعی مستقل از زمان است که در معادله لاپلاس صدق می‌کند.

$$\frac{-1}{\mu_0} \left[\frac{1}{r} \vec{\nabla} f + \frac{1}{r} \frac{\vec{r}}{r} \left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{\nabla} f \right) + \left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{\nabla} f \right] \quad (1)$$

$$\frac{-1}{\mu_0} \left[\frac{1}{r} \frac{\vec{r}}{r} \left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{\nabla} f \right) + \left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{\nabla} f \right] \quad (2)$$

$$\frac{-1}{\mu_0} \left[\frac{1}{r} \vec{\nabla} f + \frac{1}{r} \frac{\vec{r}}{r} \left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{\nabla} f \right) \right] \quad (3)$$

$$\frac{-1}{\mu_0} \left[\frac{1}{r} \vec{\nabla} f + \left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{\nabla} f \right] \quad (4)$$

۲۷- در یک محیط دیالکتریک خطی، همگن، همسانگرد و غیر پاشنده در غیاب چشمته بار و جریان الکتریکی

موج تخت الکترومغناطیس عرضی با میدان الکتریکی $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$ و میدان مغناطیسی

$\frac{E_0}{H_0}$ انتشار یافته است. نسبت $\frac{E_0}{H_0}$ کدام است؟ n ضریب شکست محیط

است.

$$\frac{1}{n} \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} \quad (1)$$

$$\frac{1}{n} \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} \quad (2)$$

$$n \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} \quad (3)$$

$$n \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} \quad (4)$$

۲۸- فرض شود در ناحیه‌ای از فضا یک میدان الکترواستاتیکی و نیز یک میدان مغناطواستاتیکی وجود دارد.

اگر \vec{S} بردار پوینتینگ و سطح S_0 سطح بسته دلخواهی در فضا باشد، کدام عبارت نادرست است؟

(۱) در تمام نقاط این ناحیه $\vec{\nabla} \cdot \vec{S}$ صفر است.

(۲) همواره انتگرال $\oint_{S_0} \vec{S} \cdot \hat{n} da$ صفر است.

(۳) ممکن است انتگرال $\oint_{S_0} \vec{S} \cdot \hat{n} da$ غیر صفر باشد.

(۴) ممکن است در برخی نقاط این ناحیه مقدار کمیت $\vec{S} \cdot \hat{n}$ غیر صفر باشد.

۲۹- هر یک از دو صفحه یک خازن تخت، مربعی به ضلع a است و اندازه بار روی صفحات خازن $Q \pm$ است. از دید ناظر لختی که با سرعت ثابت نسبیتی v موازی صفحات خازن حرکت می‌کند، میدان الکتریکی در فضای میان دو صفحه کدام است؟

$$\frac{Q}{\epsilon_0 a^2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \frac{Q}{\epsilon_0 a^2} \quad (2)$$

$$\left(1 - \frac{v}{c}\right) \frac{Q}{\epsilon_0 a^2} \quad (3)$$

$$\frac{Q}{\epsilon_0 a^2} \quad (4)$$

۳۰- ذره‌ای به جرم m و بار q در میدان مغناطیسی ناشی از یک سیم نازک مستقیم و بسیار طویل در راستای محور z و حامل جریان ثابت I قرار دارد. هامیلتونی این ذره کدام است؟ r ثابتی با بعد طول است.

$$\frac{1}{2m} \left(P_x^2 + P_y^2 + \left(P_z + \frac{\mu_0 I q}{2\pi} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r_0} \right)^2 \right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{2m} \left(P_x^2 + P_y^2 + \left(P_z + \frac{\mu_0 I q}{4\pi} \ln \frac{x^2 + y^2}{r_0^2} \right)^2 \right) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2m} \left(\left(P_x + \frac{\mu_0 I q y}{2\pi r_0} \right)^2 + \left(P_y + \frac{\mu_0 I q x}{2\pi r_0} \right)^2 + P_z^2 \right) \quad (3)$$

$$\frac{1}{2m} \left(\left(P_x - \frac{\mu_0 I q \ln y}{4\pi r_0} \right)^2 + \left(P_y + \frac{\mu_0 I q \ln x}{4\pi r_0} \right)^2 + P_z^2 \right) \quad (4)$$

- ۳۱- انرژی یک سیستم کلاسیک یک بعدی به جرم m به شکل $E = \frac{p^2}{2m} + bx^4$ است، که b ضریب ثابت مثبتی است. سیستم در دمای تعادلی T قرار دارد. میانگین انرژی سیستم کدام است؟

$$\frac{3}{5}k_B T \quad (1)$$

$$\frac{4}{3}k_B T \quad (2)$$

$$\frac{3}{2}k_B T \quad (3)$$

$$\frac{3}{4}k_B T \quad (4)$$

- ۳۲- در یک گاز ایده‌آل کلاسیک سه بعدی در دمای T اگر \bar{v} میانگین تندی هر ذره، \bar{v}^2 میانگین مربع سرعت هر ذره و $\bar{v} = \alpha \sqrt{\left(\frac{1}{v}\right)}$ مقدار ضریب ثابت α کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

- ۳۳- N رویداد از لحاظ آماری از یکدیگر مستقلند. اگر احتمال رخدادن هر یک از آن‌ها p و احتمال عدم رخدادن آن‌ها $p = 1 - q$ باشد، انحراف معیار مربوط به رخدادن، از میان این N رویداد کدام است؟

$$\sqrt{Npq} \quad (1)$$

$$2\sqrt{Npq} \quad (2)$$

$$\sqrt{N} pq \quad (3)$$

$$N\sqrt{pq} \quad (4)$$

۳۴- انرژی پتانسیل یک مولکول دو اتمی به شکل $U(r) = U_0 \left[4 \left(\frac{a}{r} \right)^6 - \left(\frac{a}{r} \right)^3 \right]$ است که در آن r فاصله میانگین دو اتم و a مقدار ثابتی هستند. حداقل دمایی که موجب ناپایداری مولکول و شکسته شدن پیوند دو اتم می‌شود، کدام است؟ k_B ثابت بولتزمن است.

$$\frac{U_0}{8k_B} \quad (1)$$

$$\frac{U_0}{24k_B} \quad (2)$$

$$\frac{2U_0}{k_B} \quad (3)$$

$$\frac{U_0}{6k_B} \quad (4)$$

۳۵- درون یک استوانه توخالی با مساحت قاعده A و ارتفاع L یک گاز کلاسیکی وجود دارد. جرم هر یک از ذرات گاز m و تحت تاثیر گرانش با شتاب جاذبه g قرار دارند. در دمای تعادل T انرژی داخلی به ازای هر ذره این گاز کدام است؟

$$\frac{3}{2}k_B T - \frac{k_B T}{e^{mgL/k_B T} + 1} \quad (1)$$

$$\frac{3}{2}k_B T - \frac{k_B T}{e^{mgL/k_B T} - 1} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2}k_B T - \frac{k_B T}{e^{mgL/k_B T} + 1} \quad (3)$$

$$\frac{5}{2}k_B T - \frac{k_B T}{e^{mgL/k_B T} - 1} \quad (4)$$

۳۶- یک ستاره نوترونی از ذرات نوترون آزاد با تندهای فوق نسبیتی تشکیل یافته است؟ از برهمکنش میان نوترون‌ها چشم پوشی شود. اگر N تعداد کل و n چگالی تعداد نوترون‌ها، P فشار گاز نوترونی، U انرژی داخلی سیستم، V حجم ستاره، k_F عدد موجی فرمی و ϵ_F انرژی سطح فرمی باشند، کدام رابطه نادرست است؟

$$U = \frac{3}{4}N\epsilon_F \quad (1)$$

$$PV = \frac{U}{3} \quad (2)$$

$$PV = \frac{1}{3}N\epsilon_F \quad (3)$$

$$k_F = \sqrt[3]{\frac{3\pi^2 n}{2}} \quad (4)$$

۳۷- سیستمی از N_0 مولکول در دمای T تشکیل شده است. هر مولکول فقط می‌تواند یکی از دو مقدار انرژی ϵ_0 و $2\epsilon_0$ را اختیار کند. ظرفیت گرمایی این سیستم کدام است؟

$$N_0 k_B \left(\frac{\epsilon_0}{k_B T} \right)^2 \left[\frac{e^{-\epsilon_0/k_B T}}{1 + e^{-2\epsilon_0/k_B T}} \right] \quad (1)$$

$$N_0 k_B \left(\frac{2\epsilon_0}{k_B T} \right)^2 \left[\frac{e^{-\epsilon_0/k_B T}}{1 + e^{-2\epsilon_0/k_B T}} \right] \quad (2)$$

$$N_0 k_B \left(\frac{2\epsilon_0}{k_B T} \right) \left[\frac{e^{-\epsilon_0/k_B T}}{1 + e^{-2\epsilon_0/k_B T}} \right]^2 \quad (3)$$

$$N_0 k_B \left(\frac{\epsilon_0}{k_B T} \right) \left[\frac{e^{-\epsilon_0/k_B T}}{1 + e^{-2\epsilon_0/k_B T}} \right]^2 \quad (4)$$

۳۸- گاز ایده‌الی متتشکل از N فرمیون هر یک به جرم m و اسپین $\frac{1}{2}$ روی سطحی دو بعدی به مساحت A

در نظر گرفته شود. پتانسیل شیمیایی این سیستم کدام است؟ $\alpha = \pi \hbar^2 / (m A)$

$$\mu = k_B T \ln \left(e^{\alpha N / (2k_B T)} + 1 \right) \quad (1)$$

$$\mu = k_B T \ln \left(e^{\alpha N / (2k_B T)} - 1 \right) \quad (2)$$

$$\mu = k_B T \ln \left(e^{\alpha N / (k_B T)} - 1 \right) \quad (3)$$

$$\mu = k_B T \ln \left(e^{\alpha N / (k_B T)} + 1 \right) \quad (4)$$

۳۹- گاز الکترونی ایده‌ال با تعداد کل ذرات N و ضریب قطبش $x = \frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N}$ در دمای T در نظر گرفته

شود. انرژی داخلی این گاز کدام است؟ N_{\uparrow} تعداد الکترون‌ها با اسپین بالا و N_{\downarrow} تعداد الکترون‌ها با اسپین پایین و ϵ_F انرژی فرمی سیستم است.

$$\frac{3}{4} N \epsilon_F \left((1+x)^{4/3} + (1-x)^{4/3} \right) \quad (1)$$

$$\frac{3}{5} N \epsilon_F \left((1+x)^{5/3} + (1-x)^{5/3} \right) \quad (2)$$

$$\frac{3}{10} N \epsilon_F \left((1+x)^{4/3} + (1-x)^{4/3} \right) \quad (3)$$

$$\frac{3}{10} N \epsilon_F \left((1+x)^{5/3} + (1-x)^{5/3} \right) \quad (4)$$

۴۰- سیستمی متشکل از N نوسانگر هماهنگ یک بعدی کوانتوسی با بسامد زاویه‌ای ω_0 را

در دمای تعادلی T در نظر بگیرید. اگر $k_B T \gg \hbar \omega_0$ و ذرات با یکدیگر برهمکنشی نداشته باشند، ظرفیت گرمایی در حجم ثابت این مجموعه کدام است؟

$$N k_B \left(1 - \frac{\hbar^2 \omega_0^2}{12 k_B^2 T^2} \right) \quad (1)$$

$$N k_B \left(1 + \frac{\hbar^2 \omega_0^2}{12 k_B^2 T^2} \right) \quad (2)$$

$$N k_B \left(1 - \frac{\hbar^2 \omega_0^2}{3 k_B^2 T^2} \right) \quad (3)$$

$$N k_B \left(1 + \frac{\hbar^2 \omega_0^2}{3 k_B^2 T^2} \right) \quad (4)$$

۴۱- یک نمک پارامغناطیسی متشکل از n یون مغناطیسی در واحد حجم در دمای تعادلی T در معرض یک میدان مغناطیسی ثابت و یکنواخت $\vec{B} = B_0 \hat{k}$ قرار دارد. گشتاور دوقطبی

مغناطیسی هر یون $\bar{j} = -\mu_B g_j$ است که \bar{j} بردار تکانه زاویه‌ای کل هر یون است.

اندازه بردار مغناطش این نمک کدام است؟ $x = \mu_B g_j B_0 / (k_B T)$

$$n \mu_B g_j [j \coth(jx) - 1/2 \coth(x/2)] \quad (1)$$

$$n \mu_B g_j [j \tanh(jx) - 1/2 \tanh(x/2)] \quad (2)$$

$$n \mu_B g_j [(j+1/2) \coth((j+1/2)x) - 1/2 \coth(x/2)] \quad (3)$$

$$n \mu_B g_j [(j+1/2) \tanh((j+1/2)x) - 1/2 \tanh(x/2)] \quad (4)$$

۴۲- در سوال ۴۱ در حد $k_B T \gg \mu_B B_0$ پذیرفتاری پارامغناطیسی این نمک کدام است؟

$$n \frac{j(j+1)\mu_0}{4k_B T} (\mu_B g_j)^2 \quad (1)$$

$$n \frac{j(j+1)\mu_0}{4k_B T} (\mu_B g_j)^2 \quad (2)$$

$$n \frac{(4j^2 + 4j + 1)\mu_0}{4k_B T} (\mu_B g_j)^2 \quad (3)$$

$$n \frac{(4j^2 - 4j + 1)\mu_0}{4k_B T} (\mu_B g_j)^2 \quad (4)$$

۴۳- هامیلتونی سیستمی مت Shank از N ذره بدون برهمکنشی در دمای مطلق T به شکل

$$H = -\varepsilon_0 \sum_{i=1}^N S_i$$

است که در آن ε_0 مقدار ثابت مثبتی است و برای هر ذره $S_i = -1, 0, 1$ می‌تواند

اختیار شود. انرژی آزاد هلمهولتز این سیستم کدام است؟

$$-Nk_B T \ln(1 + \cosh(\varepsilon_0 / k_B T)) \quad (1)$$

$$-Nk_B T \ln(1 + 2 \cosh(\varepsilon_0 / k_B T)) \quad (2)$$

$$-Nk_B T \sinh(\varepsilon_0 / k_B T) \quad (3)$$

$$-Nk_B T \sinh(\varepsilon_0 / k_B T) \quad (4)$$

۴۴- انرژی کل گاز فوتونی درون یک کاواک به حجم V و دمای T برابر $\sigma_0 T^4 V$ است که

σ_0 ثابت استفان-بولتزمن است. آنتروپی این گاز فوتونی کدام است؟

$$\frac{5}{3} \sigma_0 T^3 V \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \sigma_0 T^3 V \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \sigma_0 T^3 V \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \sigma_0 T^3 V \quad (4)$$

۴۵- چگالی تعداد نوترون‌ها در یک ستاره نوترونی m^{-3} است. دمای فرمی این

ستاره تقریباً چند کلوین است؟ جرم نوترون $1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ است.

$$10^{27} \quad (1)$$

$$10^{18} \quad (2)$$

$$10^{12} \quad (3)$$

$$10^9 \quad (4)$$

